

BREVET DE FIN D'ÉTUDES MOYENNES (B.F.E.M.)
 SESSION NORMALE - PREMIER GROUPE D'ÉPREUVES

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures - coefficient : 3



CORRIGE DE L'ÉPREUVE DU PREMIER GROUPE

Exercice 1 : 6 points

Pour chacune des questions dans le tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est correcte. Pour répondre, tu porteras sur ta copie, le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie. Chaque réponse correcte est notée 0,75 point. Une réponse fautive ou une absence de réponse est notée 0 point.

N°	Questions	Réponses		
		A	B	C
1	Quelle est la valeur du réel $M = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$?		$2 - \sqrt{3}$	
2	Quel est l'ensemble des solutions dans \mathbb{R} de l'inéquation $(-4x + 8)(3x - 5) \geq 0$?			$\left[\frac{5}{3}, 2\right]$
3	Pour quelles valeurs de m , le couple $(-2, m^2)$ est solution de l'équation $-x - y + 2 = 0$?	$m = -2$ ou $m = 2$		
4	Les triangles MOI et MAB sont tels que les points M, O, A d'une part et M, I, B d'autre part soient alignés dans cet ordre. Si $\frac{MA}{MO} = \frac{MB}{MI}$, quelle est la position relative des droites (OI) et (AB) ?			Elles sont parallèles
5	MNP est un triangle rectangle en M tel que $\sin(\widehat{MPN}) = \frac{1}{2}$. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{MNP} ?			60°
6	Soit a un réel. Dans le plan est muni d'un repère orthonormé, pour quelle valeur de a , les vecteurs $\overrightarrow{AB}(a, 4)$ et $\overrightarrow{CD}(-8, 2)$ sont-ils orthogonaux ?		1	
7	Quelle est l'expression de l'application affine h telle que $h(-3) = 6$?			$-\frac{1}{3}x + 5$
8	Quel est le couple de solution du système d'équations $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases}$?	$(2, 3)$		



Exercice 2 : 6 points.

Les données consignées dans le tableau ci-dessous sont celles de superficies en hectares (*ha*) attribuées à des habitants d'une région par un Conseil Municipal.

Superficies (<i>ha</i>)]0, 10]]10, 20]]20, 30]]30, 40]]40, 50]
Effectifs cumulés décroissants	100	60	28	10	4

Pour que l'affectation des terres soit valable, elle doit être approuvée par le Sous-préfet, le Préfet, ou Gouverneur selon la superficie S attribuée.

- Le Sous-préfet approuve une superficie S telle que $S \leq 10$ *ha*.
- Le Préfet approuve une superficie S telle que 10 *ha* < $S \leq 50$ *ha*.
- Le gouverneur approuve une superficie S telle que $S > 50$ *ha*.

Le Conseil Municipal a besoin de la superficie moyenne S_m et de la superficie médiane S_{me} .

1) Détermine l'intervalle contenant les superficies attribuées au plus grand nombre d'habitants de la région.

Tableau des effectifs

Superficies (<i>ha</i>)]0, 10]]10, 20]]20, 30]]30, 40]]40, 50]	Total
Effectifs cumulés décroissants	100	60	28	10	4	-
Effectifs	40	32	18	6	4	100

1 pt

L'intervalle contenant les superficies attribuées au plus grand nombre d'habitants de la région est]0, 10].

0,5 pt

NB : Tout candidat qui déterminerait cet intervalle par une autre méthode correcte obtiendrait le total de 1,5 point

2) En s'appuyant sur tes connaissances en statistique, aide ce Conseil Municipal à calculer S_m et S_{me} .

Superficies (<i>ha</i>)]0 ; 10]]10 ; 20]]20 ; 30]]30 ; 40]]40 ; 50]	Total
Effectifs cumulés décroissants	100	60	28	10	4	-
Effectifs	40	32	18	6	4	100
Centres	5	15	25	35	45	-
Produits effectifs × centres	200	480	450	210	180	1520

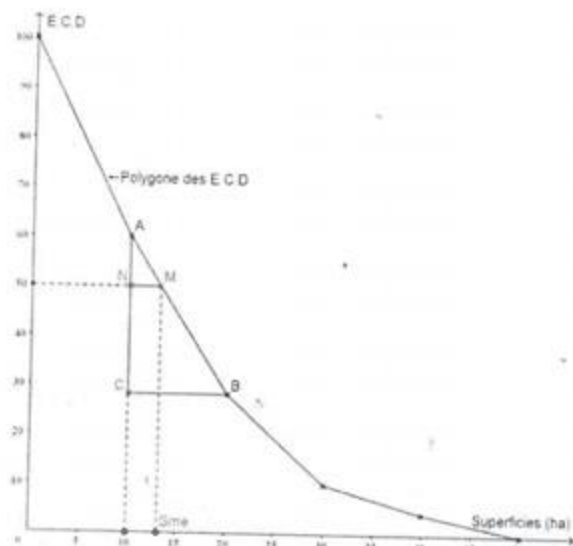
Détermination de la moyenne

La surface moyenne est : $S_m = \frac{1520}{100}$.

$$S_m = 15,20 \text{ ha.}$$

1,5 pt

Détermination de la médiane



On considère les triangles AMN et ABC où les points M et N appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[AC]$ telle que (MN) et (BC) soient parallèles.

D'après la conséquence du théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \text{ équivaut à } \frac{S_{me} - 10}{20 - 10} = \frac{60 - 50}{60 - 28}$$

$$\frac{S_{me} - 10}{10} = \frac{10}{32}; S_{me} = \frac{100}{32} + 10$$

$$S_{me} = 13,125 \text{ ha.}$$

1,5 pt

- 3) a) Calcule le pourcentage de personnes dont l'attribution des superficies S est approuvée par le Sous-préfet.

Le pourcentage de personnes dont l'attribution des superficies S est approuvée par le Sous-préfet est : $\frac{40}{100} \times 100$, soit 40%.

0,75 pt

- b) Calcule le pourcentage de personnes dont l'attribution des superficies S est approuvée par le Préfet.

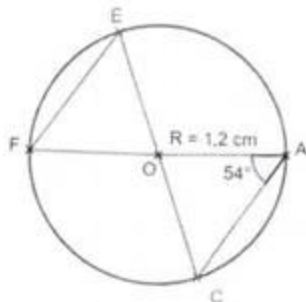
Le pourcentage de personnes dont l'attribution des superficies S est approuvée par le préfet est : $\frac{(32 + 18 + 6 + 4)}{100} \times 100 = \frac{60}{100} \times 100$ soit 60%.

0,75 pt

Exercice 3 : 8 points

On considère le cercle de centre O et de rayon $R = 1,2$ cm.

Les segments $[FA]$ et $[CE]$ sont des diamètres de ce cercle et $\widehat{OAC} = 54^\circ$.



1. Calcule \widehat{FOC} et \widehat{FEC} .

➤ L'angle \widehat{FOC} est un angle au centre et $\widehat{FAC} = \widehat{OAC} = 54^\circ$ est un angle inscrit. Ils interceptent le même arc de cercle \widehat{FC} donc $\widehat{FOC} = 2 \times \widehat{OAC} = 2 \times 54^\circ$.

$$\widehat{FOC} = 108^\circ.$$

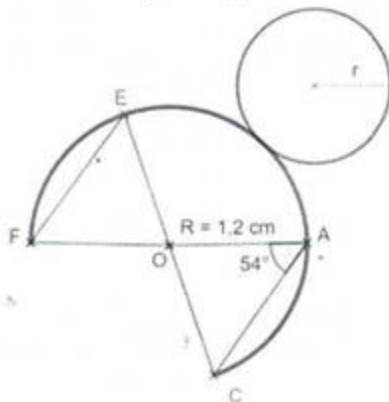
1 pt

- Les angles \widehat{FAC} ($= \widehat{OAC} = 54^\circ$) et \widehat{FEC} sont des angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle \widehat{FC} : ils sont donc égaux.

$$\widehat{FEC} = 54^\circ.$$

1 pt

2. Un patron d'un solide est constitué de sa base, un cercle de rayon r et d'un secteur circulaire dont la longueur de l'arc de cercle est égale au périmètre de sa base



- a) Comment appelle-t-on ce solide ?

Un tel solide est appelé cône de révolution.

0,5 pt

- b) Calcule l'aire latérale A_L de la surface (S) de ce solide dont le patron est représenté par cette figure à gauche.

L'angle de développement du cône est $\alpha = 360^\circ - FOC = 360^\circ - 108^\circ = 252^\circ$.

0,5 pt

Soit r le rayon de la base.

$$\text{On a : } \frac{r}{R} = \frac{\alpha}{360^\circ} \text{ donc } r = R \times \frac{\alpha}{360^\circ} = 1,2 \text{ cm} \times \frac{252^\circ}{360^\circ}$$

$$r = 0,84 \text{ cm.}$$

1 pt

$$A_L = \pi r R = \pi \times 0,84 \times 1,2.$$

$$A_L = 1,008 \pi \text{ cm}^2.$$

0,5 pt

Autre méthode

$$A_L = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi \times (1,2)^2 \times 252^\circ}{360^\circ}$$

$$A_L = 1,008 \pi \text{ cm}^2.$$

NB : Tout candidat qui utiliserait rigoureusement une autre méthode correcte obtiendrait le total de 2 points

3. Un Groupement d'intérêt Economique (GIE) qui s'active dans la production et la vente de jus locaux veut conserver sa production dans des boîtes représentées par le solide décrit dans la question précédente à l'échelle de $\frac{1}{10}$.

Sachant que la production journalière en jus remplit un tonneau de forme cylindrique de rayon de base 0,5 mètres et de hauteur 1,5 mètres, détermine le nombre maximal de boîtes que le GIE peut remplir journalièrement.

➤ **Le volume du tonneau** est : $V = \pi \times (0,5)^2 \times 1,5 = 0,375 \pi \text{ m}^3$. 0,5 pt

➤ **Calcul du volume d'une boîte**

On note h la hauteur de la base du cône représentant la boîte.

$$\text{On a : } h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{1,2^2 - 0,84^2} = \sqrt{0,7344}$$

Le volume d'une boîte est donc : $v = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 0,84^2 \times \sqrt{0,7344} \times 10^3 \text{ cm}^3$. 1 pt

➤ **Soit N le nombre maximal de bouteilles.**

Le nombre N est le plus petit entier inférieur $\frac{V}{v}$. 1 pt

$$\frac{V}{v} = \frac{0,375 \pi \times 10^6}{\frac{1}{3} \times \pi \times 0,84^2 \times \sqrt{0,7344} \times 10^3}$$

Le nombre maximal de bouteilles est $N = 1860$. 1 pt

